

## **ANALIZA MOŻLIWOŚCI ZASTOSOWANIA WYGŁADZONYCH FUNKCJI SKLEJANYCH DO WYZNACZENIA PRZECIĘTNEGO PRZEBIEGU KRZYWIZN TERENU GÓRNICZEGO WYZNACZONYCH Z WYNIKÓW POMIARÓW GEODEZYJNYCH**

*Justyna ORWAT  
Politechnika Śląska*

### **WPROWADZENIE**

Prowadzenie podziemnej eksploatacji złóż węgla kamiennego powoduje powstawanie ciągłych i nieciągłych deformacji powierzchni terenu oraz obiektów budowlanych na niej posadowionych.

Wielkość wpływów eksploatacji górniczej można wyrazić m. in. za pomocą wskaźników ciągłych deformacji terenu górniczego, do których zalicza się: obniżenia, nachylenia, krzywizny, przemieszczenia poziome oraz odkształcenia poziome. Rzeczywiste wartości tych wskaźników wyznacza się w oparciu o wyniki pomiarów geodezyjnych prowadzonych przed, w trakcie i po zakończeniu eksploatacji, na punktach sieci obserwacyjnej zastabilizowanych w gruncie.

Specjaliści z zakresu budownictwa na terenach górniczych podkreślają [8, 10], że istnieje pewna grupa obiektów budowlanych szczególnie wrażliwych na krzywizny terenu. Należy do niej zaliczyć obiekty wykonane z elementów monolitycznych, o znacznych powierzchniach w rzucie poziomym oraz o jednym z wymiarów dominującym nad pozostałymi (tzw. obiekty liniowe lub podłużne). Ważnym jest, aby obiekty te były właściwie chronione przed negatywnymi skutkami podziemnej eksploatacji górniczej. Może to nastąpić jedynie w przypadku poprawnego zaprojektowania i wykonania w nich odpowiednich zabezpieczeń, które są dobierane m. in. w zależności od prognozowanych wartości krzywizn.

Obecnie obserwuje się, że teoretycznie obliczone ekstremalne wartości krzywizn są znacznie mniejsze od ekstremalnych wartości krzywizn wyznaczonych z wyników pomiarów geodezyjnych. Pozostaje więc pytanie, czy jest to wina błędnie skonstruowanego modelu matematycznego wykorzystywanego do sporządzania prognoz [2], czy też rozproszenia losowego pomierzonych wartości, które – spośród wszystkich wskaźników deformacji – jest największe dla krzywizn terenu górniczego [7]. W związku z tym prognozowane wartości krzywizn powinny być porównywane z ich przeciętnymi wartościami pomierzonymi uzyskanymi na drodze aproksymacji wyników pomiarów geodezyjnych.

Do tej pory do wyznaczania przeciętnego przebiegu pomierzonych wartości wskaźników deformacji terenu górniczego (obniżeń, nachyleń oraz odkształceń poziomych) wykorzystywane były głównie wielomiany ortogonalne [9]. Problem z ich stosowaniem polega na ustaleniu optymalnego stopnia wielomianu w ramach danego wskaźnika deformacji oraz konieczności podziału profilu niecki obniżeniowej na dwa skrzydła i dno.

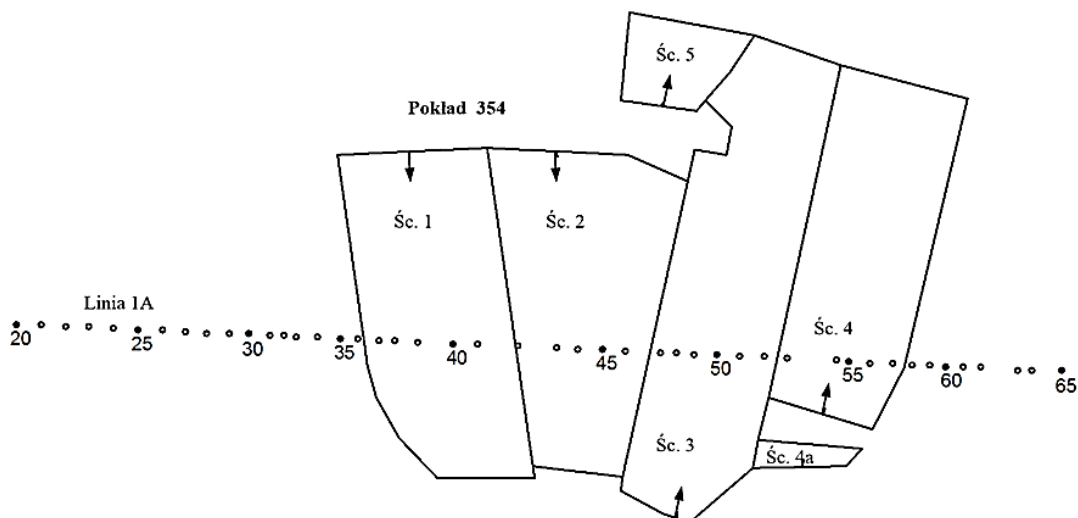
Ze względu na znaczne fluktuacje (wahania, oscylacje) obserwowanych wartości krzywizn [1], temat ich aproksymacji nie jest chętnie podejmowany w literaturze przedmiotu. Nie pojawiają się pozycje traktujące o postaciach funkcji aproksymujących przeciętny przebieg pomierzonych krzywizn, ani o możliwościach wykorzystania danego rodzaju, sposobu czy metody aproksymacji.

W związku z tym w niniejszej pracy przedstawiono metodykę obliczania przeciętnych wartości pomierzonych krzywizn, bazującą na aproksymacji średniokwadratowej wykonanej przy użyciu wygładzonych funkcji sklepanych. Rozważono przypadek obserwacji geodezyjnych przeprowadzonych przez pracowników pewnej kopalni węgla kamiennego, na linii obserwacyjnej założonej mniej więcej prostopadle do krawędzi pola eksploatacyjnego składającego się z 4 wyrobisk ścianowych. Przeciętne przebiegi pomierzonych krzywizn wyznaczono każdorazowo po zakończeniu eksploatacji kolejnych ścian. Obliczono wartości odchyleń standardowych pomiędzy przeciętnymi a pomierzonymi krzywiznami  $\sigma_K$  oraz współczynników zmienności rozproszenia losowego krzywizn  $M_K$ . Następnie porównano je z wartościami pojawiającymi się w literaturze i na tej podstawie dokonano oceny możliwości zastosowania wygładzonych funkcji sklepanych do wyznaczenia przeciętnego przebiegu obserwowanych krzywizn terenu górniczego.

## **PRZEPROWADZONE EKSPLOATACJA ORAZ POMIARY GEODEZYJNE**

Pewna kopalnia węgla kamiennego prowadziła eksploatację pokładu 354 czterema wyrobiskami ścianowymi oznaczonymi kolejno jako 1, 2, 3 i 4. Miąższość pokładu wynosiła ok. 1,7 m, a głębokość jego zalegania od 270 m do 350 m. Powstała pustka poeksploatacyjna wypełniana była rumoszem skalnym pochodzącym z zawału warstw położonych nad stropem pokładu. Nadkład tworzyły piaski, żwiry, gliny czwartorzędowe, iły i piaski miocenijskie o łącznej grubości 220 m, a także warstwy orzeskie wykształcone w postaci facji łupkowo – piaskowcowej ze zdecydowaną przewagą łupków.

W celu monitorowania wpływów eksploatacji górniczej na powierzchni terenu założono linię pomiarową 1A usytuowaną prostopadle do wybiegów czterech ścian. Linia ta składała się z 45 punktów zastabilizowanych w odległościach wynoszących od 20 m do 30 m. Pomiar wysokości punktów (niwelacja) oraz odległości między nimi prowadzone były w cyklach miesięcznych i dwumiesięcznych. Pozwoliło to na wybranie takich czterech cykli obserwacyjnych, dla których pomierzone obniżenia przedstawiały profile statycznych niecek osiadania utworzonych po wybraniu kolejnych ścian. Położenie linii obserwacyjnej 1A na tle krawędzi wyrobisk eksploatacyjnych w pokładzie 354 przedstawiono na rysunku 1.



**Rys. 1** Położenie punktów linii pomiarowej 1A w stosunku do krawędzi eksploatacji Ścian 1, 2, 3 i 4 w pokładzie 354

Źródło: [3]

## POMIERZONE I PRZECIĘTNE KRZYWIZNY TERENU GÓRNICZEGO

### Metodyka obliczania pomierzonych i przeciętnych wartości krzywizn

Na podstawie obniżen punktów ( $W_i$ ) oraz długości odcinków linii obserwacyjnej ( $l_{i,i+1}$ ) pomierzonych w danym cyklu można obliczyć rzeczywiste wartości krzywizn z następującej zależności [8]:

$$K_{i-1,i,i+1}^{pom} = \frac{W_{i-1}^{pom} - 2W_i^{pom} + W_{i+1}^{pom}}{l_{sr}^2}, \quad (1)$$

gdzie:

$$l_{sr} = \frac{l_{i-1,i}^{pom} + l_{i,i+1}^{pom}}{2};$$

$l_{i-1,i}$ ,  $l_{i,i+1}$  – odległości między sąsiednimi punktami, na których oparto wyznaczenie krzywizny;

$W_{i-1}$ ,  $W_i$ ,  $W_{i+1}$  – obniżenia trzech sąsiednich punktów.

Obliczone wartości krzywizn pomierzonych po zakończeniu każdego z etapów eksploatacji obrazują wielkość wpływów pochodzących z eksploatacji Ściany 1, Ścian 1 i 2, Ścian 1, 2 i 3 oraz Ścian 1, 2, 3 i 4.

**Tabela 1** Wartości parametrów wzoru J. Białka po zakończeniu kolejnych etapów eksploatacji

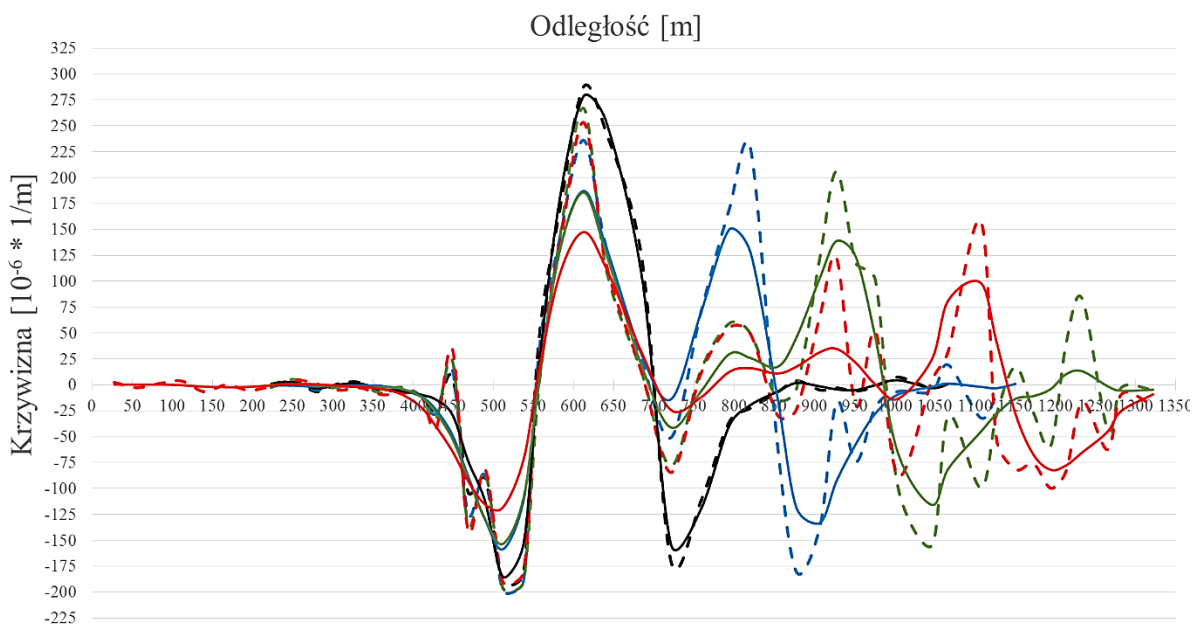
Etap eksploatacji	Parametr $tg\beta$	Współczynnik eksploatacji $a$	Współczynnik obrzeża eksploatacyjnego $A_{obr}$	Odchylenie standardowe dopasowania obniżeń $\sigma_w$ [mm]	Współczynnik korelacji dopasowania obniżeń $R$
Po Ścianie 1	2,833	0,853	0,167	17,1	0,9992
Po Ścianach 1+2	2,667	0,902	0,150	16,2	0,9996
Po Ścianach 1+2+3	2,472	0,956	0,138	27,0	0,9991
Po Ścianach 1+2+3+4	2,167	0,976	0,117	52,4	0,9967

Źródło: opracowanie własne

Natomiast przeciętne wartości krzywizn pomierzonych wyznaczono również z zależności (1), ale w oparciu o przeciętne wartości pomierzonych obniżzeń [4], uzyskane na drodze aproksymacji średniokwadratowej przeprowadzonej przy pomocy wygładzonych funkcji sklepanych, w odniesieniu do teoretycznych wartości obniżzeń obliczonych wzorem J. Białka z wyznaczonymi wartościami jego parametrów [5, 6]. Tabela 1 przedstawia wartości parametrów wzoru na obniżenie J. Białka użyte do obliczenia teoretycznych wartości obniżzeń po zakończeniu poszczególnych etapów eksploatacji.

### Obliczone wartości pomierzonych i przeciętnych krzywizn

Na rysunku 2 zamieszczono pomierzone (linie przerywane) i przeciętne (linie ciągłe) przebiegi krzywizn terenu górniczego wzdłuż linii obserwacyjnej, wyznaczone po zakończeniu kolejnych etapów eksploatacji: po Ścianie 1 – kolor czarny, po Ścianach 1 i 2 – kolor niebieski, po Ścianach 1, 2 i 3 – kolor zielony oraz po Ścianach 1, 2, 3 i 4 – kolor czerwony.



Rys. 2 Pomierzone (linie przerywane) i przeciętne (linie ciągłe) przebiegi krzywizn po zakończeniu kolejnych etapów eksploatacji

Źródło: opracowanie własne

W tabeli 2 zaprezentowano wartości ekstremalnych krzywizn pomierzonych po zakończeniu kolejnych etapów eksploatacji ( $K_{ekstr}^{pom}$ ) oraz odpowiadających im wartości przeciętnych ( $K_{ekstr}^{przec}$ ), współczynników korelacji R pomiędzy krzywiznami przeciętnymi a obserwowanymi, a także odchylen standardowych krzywizn  $\sigma_K$  oraz współczynników zmienności rozproszenia losowego krzywizn  $M_K$  wyznaczonych z zależności (2):

$$M_K = \frac{\sigma_K}{|K_{ekstr}^{przec}|}, \quad (2)$$

gdzie:

$\sigma_K$  – odchylenie standardowe pomiędzy krzywiznami przeciętnymi i pomierzonymi;

$K_{ekstr}^{przec}$  – ekstremalna wartość przeciętnej krzywizny.

**Tabela 2 Wartości mierników rozproszenia losowego krzywizn oraz ekstremalne krzywizny przeciętne i pomierzone po zakończeniu kolejnych etapów eksploatacji**

Etap eksploatacji /Parametr	Po Ścianie 1	Po Ścianach 1+2	Po Ścianach 1+2+3	Po Ścianach 1+2+3+4
R	0,9916	0,9460	0,9270	0,8450
$\sigma_K$ [ $10^{-6} \cdot 1/m$ ]	13,50	36,07	38,21	44,08
$M_K$ [%]	4,84	19,28	20,59	29,91
$K_{max}^{pom}$ [ $10^{-6} \cdot 1/m$ ]	287,40	235,79	267,08	253,16
$K_{min}^{pom}$ [ $10^{-6} \cdot 1/m$ ]	-191,84	-199,47	-196,48	-190,02
$K_{max}^{przec}$ [ $10^{-6} \cdot 1/m$ ]	278,54	187,11	185,56	147,39
Procent maks. krzywizny pom. [%]	96,92	79,35	69,48	58,22
$K_{min}^{przec}$ [ $10^{-6} \cdot 1/m$ ]	-185,45	-158,58	-153,48	-118,17
Procent min. krzywizny pom. [%]	96,67	79,50	78,11	62,19

Źródło: opracowanie własne

## OMÓWIENIE WYNIKÓW

Z pomierzonych przebiegów krzywizn przedstawionych liniami kreskowymi na rysunku 2 wynika, że fluktuacje krzywizn wzrastają wraz ze zwiększaniem zakresu eksploatacji. Potwierdzają to dane zawarte w tabeli 2, tj. malejące wartości współczynnika korelacji R pomiędzy pomierzonymi i przeciętnymi krzywiznami (od 0,99 po pierwszej ścianie do 0,85 po czterech ścianach), a także rosnące wartości odchylenia standardowego krzywizn  $\sigma_K$  (od  $13,5 \cdot 10^{-6} 1/m$  po pierwszej ścianie do  $44,1 \cdot 10^{-6} 1/m$  po czterech ścianach) oraz ich współczynnika zmienności rozproszenia losowego  $M_K$  (od 4,8 % po pierwszej ścianie do 29,9 % po czterech ścianach). Otrzymane wartości współczynnika  $M_K$  nie przekroczyły wartości pojawiających się w literaturze przedmiotu (tabela 3), zatem można wnioskować, że wygładzone funkcje sklepane mogą być wykorzystywane do wyznaczania przeciętnych wartości pomierzonych krzywizn terenu górniczego. Należy jednak mieć na względzie, że ekstremalne krzywizny przeciętne z reguły są mniejsze od ekstremalnych krzywizn pomierzonych, a stopień ich odwzorowania maleje wraz z rozwojem eksploatacji w czasie.

**Tabela 3 Przeciętne rozproszenie losowe krzywizn wg różnych autorów**

Współczynnik zmienności rozproszenia losowego krzywizn $M_K$ [%]				
E. Popiołek	E. Popiołek J. Ostrowski M. Milewski	T. Stoch	E. Popiołek J. Ostrowski	A. Kowalski
1976	1999	2005	2005	2007
43,0	54,2	47,8	40,0	33,5

Źródło: [7]

## PODSUMOWANIE

W niniejszym artykule pokazano, że istnieje możliwość użycia wygładzonych funkcji sklepanych do wyznaczania przeciętnych wartości pomierzonych krzywizn terenu górniczego. Otrzymanie przeciętnych przebiegów zaobserwowanych krzywizn pozwala na ich późniejsze porównanie z przebiegami teoretycznymi obliczonymi przyjętą teorią prognozowania deformacji ciągłych oraz dokonanie oceny jej dokładności i ewentualnego uściślenia.

## LITERATURA

1. A. Kowalski, E. Jędrzejec. „Influence of subsidence fluctuation on the determination of mining area curvatures”. *Archives of Mining Sciences*, vol. 60(2), pp. 487-505, 2015.
2. J. Kwiatek. “Górnice deformacje powierzchni” w *Ochrona obiektów budowlanych na terenach górniczych*, Wyd. Katowice: Główny Instytut Górnictwa, 1998, s. 116.
3. R. Mielimąka. *Wpływ kolejności i kierunku eksploatacji prowadzonej frontami ścianowymi na deformacje terenu górniczego*. Gliwice, Wyd. Politechniki Śląskiej, 2009, s. 40.
4. J. Orwat. “Approximation of average course of measured subsidences of mining area by smooth splines” presented at 14<sup>th</sup> Int. Conf. of Numerical Analysis and Applied Mathematics, Rhodes, Greece, 2016.
5. J. Orwat. “Ocena skuteczności modeli zastosowanych do reprognozy krzywizn terenu górniczego w oparciu o przeciętne przebiegi ich pomierzonych wartości” zaprezentowano na Górnictwie Zrównoważonego Rozwoju, Gliwice, Polska, 2016.
6. J. Orwat, R. Mielimąka. “Approximation of average course of measured curvatures of mining area with reference to their forecast values by Bialek’s formulas” presented at 14<sup>th</sup> Int. Conf. of Numerical Analysis and Applied Mathematics, Rhodes, Greece, 2016.
7. E. Popiołek. “Wybrane problemy probabilistycznej oceny zagrożenia terenu i obiektów” w *Ochrona terenów górniczych*, Wyd. Kraków: Akademia Górniczo-Hutnicza, 2009, s. 172.
8. E. Popiołek, M. Milewski, J. Ostrowski. „Próba oceny przydatności krzywizny profilu niecki obniżeniowej jako wskaźnika zagrożenia obiektu poddawanego wpływem podziemnej eksploatacji górniczej (na przykładzie LGOM)”. *Przegląd Górniczy*, t. 51, nr 11(866), s. 1-7, listopad 1995.
9. T. Stoch, Z. Niedojadło, P. Sopata, S. Moskała. „Funkcje aproksymujące przeciętny przebieg wskaźników deformacji dla wyznaczenia parametrów rozproszenia losowego pogórnich przemieszczeń i deformacji powierzchni terenu”. *Przegląd Górniczy*, t. 70, nr 8(1101), s. 113-123, sierpień 2014.
10. K. Trojanowski. “Teoretyczne przesłanki badań krzywizny terenu” w *Prace Komisji Górniczo-Geodezyjnej, Geodezja 4*, Wyd. Kraków: Polska Akademia Nauk, 1968, s. 31-62.

*Data przesłania artykułu do Redakcji: 04.2017*

*Data akceptacji artykułu przez Redakcję: 05.2017*

**mgr inż. Justyna Orwat**

Politechnika Śląska

Wydział Górnictwa i Geologii

ul. Akademicka 2, 44-100 Gliwice, Polska

tel.: +4832 237 29 96, e-mail: Justyna.Orwat@polsl.pl

### **ANALIZA MOŻLIWOŚCI ZASTOSOWANIA WYGŁADZONYCH FUNKCJI SKLEJANYCH DO WYZNACZENIA PRZECIĘTNEGO PRZEBIEGU KRZYWIZN TERENU GÓRNICZEGO OTRZYMANÝCH Z WYNIKÓW POMIARÓW GEODEZYJNYCH**

**Streszczenie:** *W pracy dokonano analizy możliwości wykorzystania wygładzonych funkcji sklepanych do wyznaczenia przeciętnego przebiegu krzywizn terenu górniczego, których wartości obliczono na bazie wyników obserwacji geodezyjnych prowadzonych w granicach pewnego obszaru górniczego. Niniejszą analizę przeprowadzono w oparciu o obliczenie odchyłeń standardowych pomiędzy empirycznymi a średnimi wartościami krzywizn ( $\sigma_K$ ) oraz wskaźników zmienności rozproszenia losowego krzywizn ( $M_K$ ) i porównanie ich wartości z wzorcowymi, pojawiającymi się w literaturze przedmiotu.*

**Słowa kluczowe:** *rozproszenie losowe (fluktuacja) krzywizn terenu górniczego, aproksymacja, splajn wygładzony*

### **POSSIBILITY ANALYSIS OF THE USE OF SMOOTH SPLINE FUNCTIONS TO DETERMINATION THE AVERAGE COURSE OF MINING AREA CURVATURES OBTAINED FROM RESULTS OF GEODESIC MEASUREMENTS**

**Abstract:** *In this paper was done an analysis of possibility of the use of smooth spline functions to obtaining of an average course of mining area curvatures. Their values were calculated on the basis of geodesic observations results, were conducted into the boundaries of some mining area. The analysis was done based on the counting of standard deviations between the empirical and mean values of curvatures ( $\sigma_C$ ) and variability indicators of curvatures' random dispersion ( $M_C$ ). They were compared with the pattern values occurring in the professional literature.*

**Key words:** *a random scattering (fluctuation) of the mining area curvatures, an approximation, a smooth spline.*