



PŘEKRAČUJEME HRANICE
PRZEKRACZAMY GRANICE
2014–2020



EVROPSKÁ UNIE / UNIA EUROPEJSKA
EVROPSKÝ FOND PRO REGIONÁLNÍ ROZVOJ
EUROPEJSKI FUNDUSZ ROZWOJU REGIONALNEGO



Projekt jest współfinansowany ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego oraz z budżetu państwa RP
"Przekraczamy Granice"



VYUŽITÍ HYPERBOLY A HYPERBOLOIDU V TECHNICKÉ PRAXI

Dagmar DLOUHÁ, František ČERVENKA

VŠB – Technická univerzita Ostrava

1 ÚVOD

Díky projektům FRVŠ od roku 2012 inovujeme předmět “Geometrie na počítači”. Pro názornou výuku rovinné a prostorové geometrie využíváme programy GeoGebra a OpenSCAD. Snadností použití nám GeoGebra umožňuje zaměřit se na matematické a geometrické problémy řešených úloh. OpenSCAD je jednoduchý programovatelný 3D CAD systém. Problémy řešené v tomto kurzu jsme se snažili vybírat s ohledem na jejich možné využití v následujícím studiu nebo praxi. V tomto článku ukážeme praktické využití několika úloh klasické geometrie: kloubový antiparalelogram, parametrizace křivky a její využití ve 3D modelování, řešení navigační úlohy.

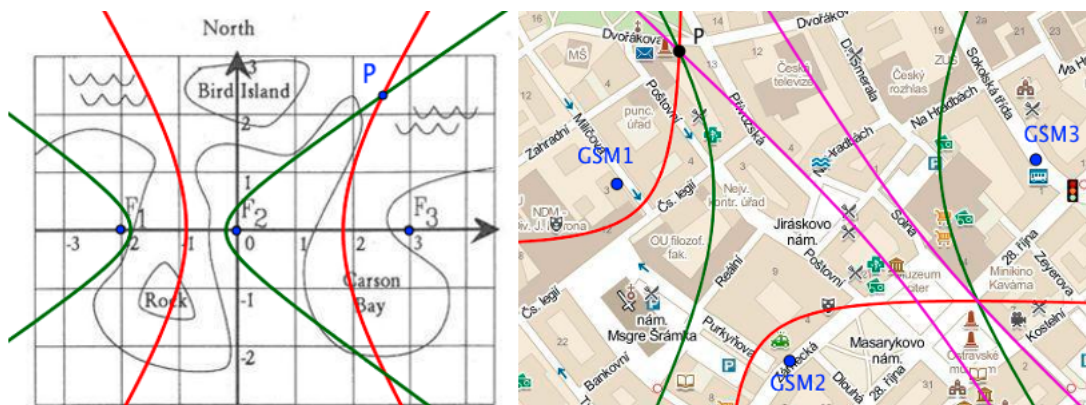
2 NAVIGAČNÍ SYSTÉM LORAN

LORAN (LONg RANge Navigation) systém umožňuje navigátorům lodí nebo letadel určení své pozice bez viditelných pozemních navigačních bodů. Radiomajáky umístěné v bodech F_1 a F_2 současně vysílají signály. Tyto signály zachytí loď v bodě P . Navigátor měří rozdíl $\Delta t = t_2 - t_1$, kde t_2 je čas, za který dorazí signál z bodu F_2 a t_1 z F_1 . Rozdíl vzdáleností lodi od vysílačů F_1 a F_2 je dán vzorcem

$$|PF_2 - PF_1| = c \cdot \Delta t,$$

kde c je rychlost světla. Bod P (loď) se tudíž nachází na hyperbole s ohnisky F_1 a F_2 . Protože navigátor přijímá signály ze tří vysílačů F_1 , F_2 a F_3 , je pozice lodi jednoznačně určena.

V seminářích seznamujeme studenty se systémem LORAN, i když už je zastaralý. Probíráme s nimi možnosti využití jeho principů v kontextu současných technologií. Jednou z možností je stanovení pozice člověka ve městě s využitím vysílačů mobilního signálu GSM.

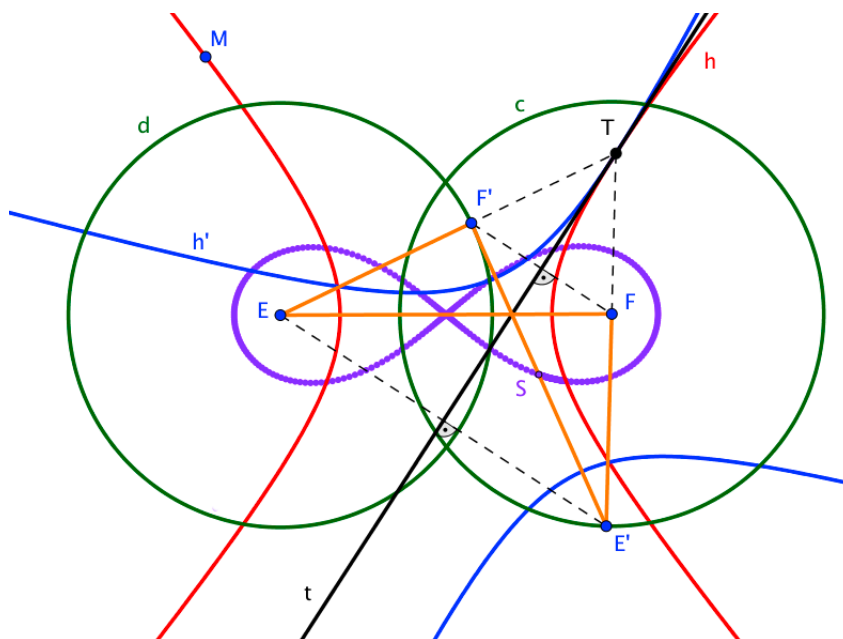


Obr. 1 LORAN určení polohy, GSM modifikace

Zdroj: autorská tvorba

3 KLOUBOVÝ ANTIPARALELOGRAM

Na příkladu kloubového antiparalelogramu ukazujeme studentům možnost využití kuželoseček v praxi. Tento mechanismus může působit poněkud komplikovaně, ale způsob jeho vytvoření je celkem jednoduchý.



Obr. 2 Kloubový antiparalelogram

Zdroj: autorská tvorba

Hyperbola h je dána dvěma ohnisky E, F a obecným bodem M . T je libovolný bod hyperboly (pohyblivý). V tomto bodě sestrojíme tečnu hyperboly t . V osové souměrnosti určené tečnou t najdeme obrazy E', F' ohnisek dané hyperboly. Ohniska E', F' s bodem T určí hyperbolu h' osově souměrnou s původní hyperbolou h . Jestliže se bude bod T pohybovat po hyperbole h , pak ohniska E', F' hyperboly h' vytvoří kružnice

$E' \in c(F, r = |E'F|)$, $F' \in d(E, r' = |EF'|)$ (řídící kružnice hyperboly). Střed S úsečky $E'F'$ se pohybuje po křivce zvané lemniskáta. Lemniskátový mechanismus (antiparalelo-gram) je jednou z možností přenosu sil mezi rámem podvozku a skříní lokomotivy. Tento mechanismus byl použit u podvozku české lokomotivy Škoda 109E1.

4 JEDNODÍLNÝ HYPERBOLOID

Jednodílný hyperboloid ("spaghetti bundle", studenty s oblibou nazýván "špageták") je unikátní rotační plocha, která v sobě kloubí vlastnosti přímkových a kvadratických ploch. Dobře známé je její využití jako tvaru chladících věží elektráren, další možností je vytvoření převodovky s mimoběžnými osami rotace nebo uspořádání nožů na řezačce kůže.

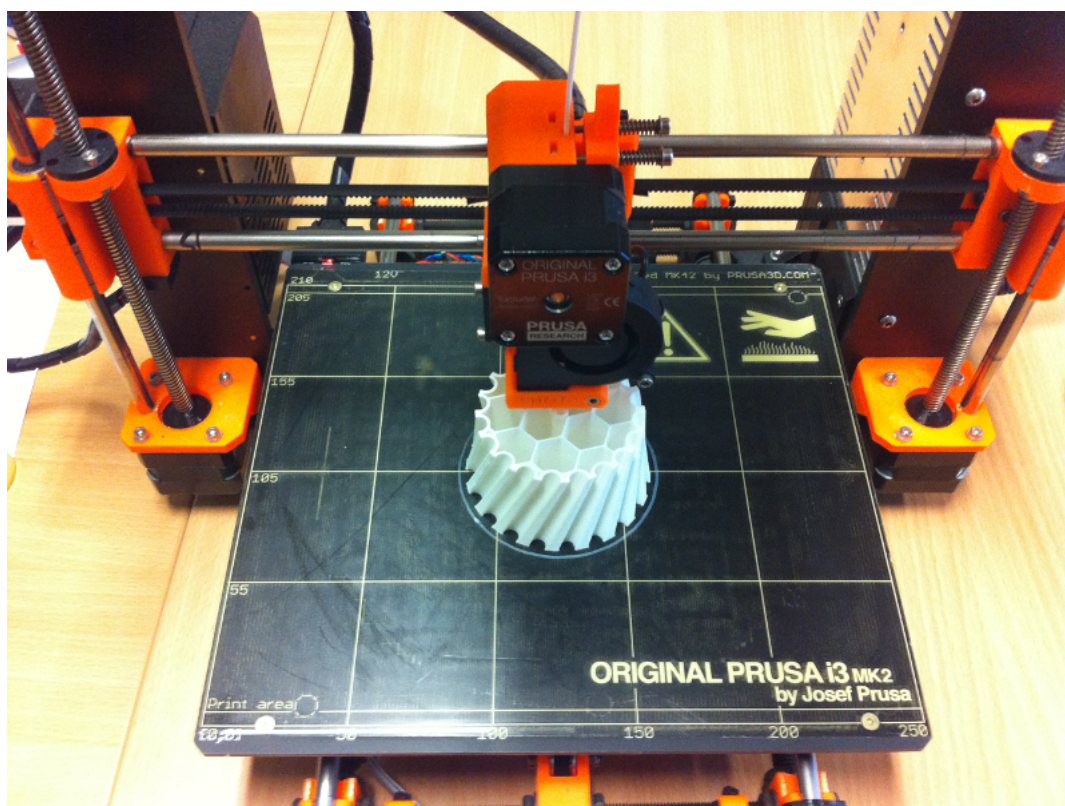
```
1 a = 2;
2 v = 0.2;
3 jm = 100;
4
5 P_x = 20; P_y = 30; P_z = 0;
6 Q_x = -20; Q_y = 30; Q_z = 100+2*a;
7 v_x = P_x-Q_x; v_y = P_y-Q_y; v_z = P_z-Q_z;
8
9 delka_p = sqrt(pow(v_x,2)+pow(v_y,2));
10 uhel_p = atan(v_y/v_x);
11 delka_s = sqrt(pow(v_x,2)+pow(v_y,2)+pow(v_z,2));
12 uhel_s = 90-atan(Q_z/delka_p);
13
14 difference(){
15   for(i=a:v:Q_z-a){
16     translate([0,0,i])
17     cylinder(
18       h=v,
19       r=sqrt(pow(P_x-i*(v_x)/Q_z,2)+pow(P_y-i*(v_y)/Q_z,2))+a,
20       center=true, $fn=jm);
21   }//end for
22
23   for(i=[0:9*a:360]){
24     rotate([0,0,i])
25     translate([P_x,P_y+a/2,0]) rotate([0,-uhel_s,uhel_p])
26     cylinder(h=delka_s, r=1.6*a, center=false, $fn=jm);
27   }//end for
28
29   cylinder(h=4*Q_z, r=2*a, center=true, $fn=jm);
30 }//end diff
```



Obr. 3 Jednodílný hyperboloid jako část převodovky

Zdroj: autorská tvorba

Tato plocha se snadno modeluje a připravuje pro 3D tisk. Máme dokonce dva způsoby, jak to udělat. Jelikož se jedná o rotační plochu, stačí jen nechat rotovat přímku kolem osy, se kterou je mimoběžná. Dle smyslu otáčení rozlišujeme dva typy, levotočivý a pravotočivý jednodílný hyperboloid. Nebo vyjdeme z parametrizace tvořící přímky dané body P a Q a pro každý bod M přímky spočítáme jeho vzdálenost r od osy rotace. Hyperboloid se skládá z válců o poloměru r a malé výšce v (např. 0,2mm — výška jedné tiskové vrstvy 3D tiskárny Průša i3 MK2), které leží na sobě.



Obr. 4 Průša i3 MK2 3D tiskárna

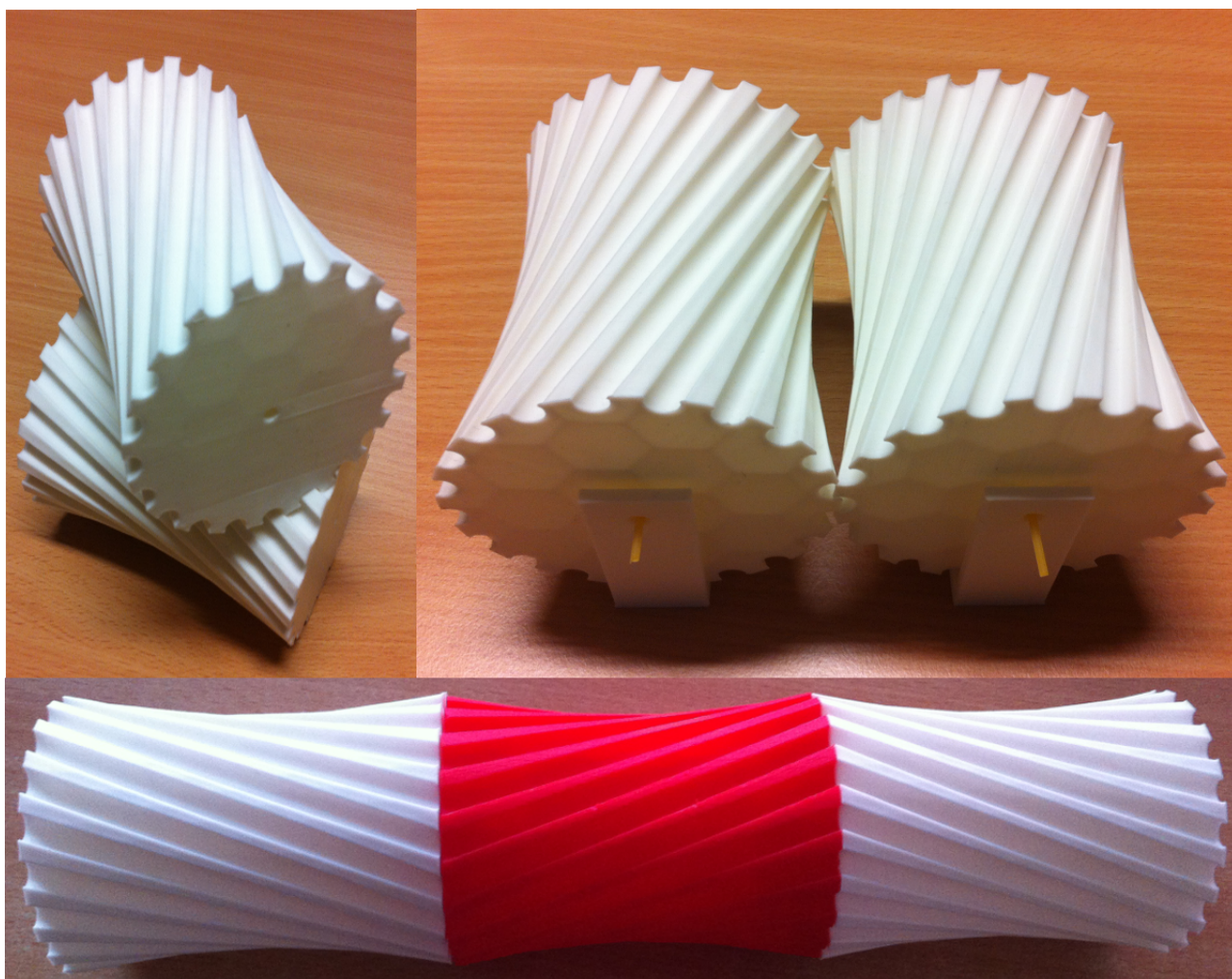
Zdroj: autorská tvorba

ZÁVĚR

Snažíme se studentům ukázat propojení mezi probíranou teorií a reálnými úlohami. Odezvy studentů jsou velmi pozitivní. Úlohy z praxe jsme využili jako základ, ze kterého vycházejí nová skripta geometrie. Ve stejném duchu připravujeme dva nové prakticky orientované předměty pro Fakultu strojní a Fakultu stavební se zaměřením na modelování převodovek, oblouků, terénů a jejich možný 3D tisk.

PODĚKOVÁNÍ

Děkujeme za podporu projektům FRVŠ 2464/2012 “Inovace počítačových předmětů na Hornicko-geologické fakultě, Vysoké škole báňské – Technické univerzitě Ostrava“, 7/2016/RPP-TO - 1/a “Inovace počítačových učeben a inovace náplně některých počítačových předmětů” a naší Katedře matematiky a deskriptivní geometrie.



Obr. 5 Vytisknutý jednoduchý hyperboloid

Zdroj: autorská tvorba

LITERATURA

1. G. A. Jennigs. *Modern Geometry with Applications*, Springer-Verlag New York, 1996.
2. J. Lomberský. *Vysoce poddajná spojka a její aplikace na podvozku železničního vozidla*, Plzeň, 2010. Diplomová práce. Západočeská univerzita v Plzni. Fakulta strojní.



PŘEKRAČUJEME HRANICE
PŘEKRAČÁME GRANICE
2014–2020



EVROPSKÁ UNIE / UNIA EUROPEJSKA
EVROPSKÝ FOND PRO REGIONÁLNÍ ROZVOJ
EUROPEJSKI FUNDUSZ ROZWOJU REGIONALNEGO



Projekt jest współfinansowany ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego oraz z budżetu państwa RP
"Przekraczamy Granice"

VYUŽITÍ HYPERBOLY A HYPERBOLOIDU V TECHNICKÉ PRAXI

Abstrakt: Díky grantu FRVŠ jsme inovovali předmět “Geometrie na počítači”. Pro názornou výuku rovinné a prostorové geometrie využíváme programy GeoGebra a OpenSCAD. Snadností použití nám GeoGebra umožňuje zaměřit se na matematické a geometrické problémy řešených úloh. OpenSCAD je jednoduchý programovatelný 3D CAD systém. Problémy řešené v tomto kurzu jsme se snažili vybírat s ohledem na jejich možné využití v následujícím studiu nebo praxi. V tomto článku ukážeme praktické využití několika úloh klasické geometrie: kloubový antiparalelogram, parametrizace křivky a její využití ve 3D modelování, řešení navigační úlohy.

Klíčová slova: GeoGebra, OpenSCAD, 3D modelování, hyperbola, hyperboloid, antiparalelogram

USING HYPERBOLA AND ONE-SHEETED HYPERBOLOID IN ENGINEERING PRACTICE

Abstract: We have begun to innovate our lectures within the course “Geometry on Computer”. These innovations are supported by the FRVS grants. We use programs GeoGebra and OpenSCAD for teaching plane and 3D geometry. The GeoGebra allows us to concentrate on mathematical and geometrical principles of solving problems. OpenSCAD is basic programmable 3D CAD modeler. The content of the course has been compiled with respect to requirements of students in their future studies and practical engineering use. In this paper we present application problems where following principals of classic geometry are used: articulated antiparallelogram, parametrization of functions and their use in 3D modeling and solving navigation problems.

Keywords: GeoGebra, OpenSCAD, 3D modelling, hyperbola, hyperboloid, antiparallelogram

Datum odeslání článku do redakce: 04.2017

Datum přijetí článku redakcí: 05.2017

Mgr. Dagmar DLOUHÁ, Ph.D.,
VŠB – Technická univerzita Ostrava
Katedra matematiky a deskriptivní geometrie
17. listopadu 15, 708 33, Ostrava, Česká republika
tel.: +420 597 324 152, e-mail: dagmar.dlouha@vsb.cz

Mgr. František ČERVENKA,
VŠB – Technická univerzita Ostrava
Katedra matematiky a deskriptivní geometrie
17. listopadu 15, 708 33, Ostrava, Česká republika
tel.: +420 597 324 152, e-mail: frantisek.cervenka@vsb.cz